



BREVET DES COLLÈGES

SÉRIE GÉNÉRALE

MATHÉMATIQUES

- CORRIGÉ -

Publié le 30 novembre 2023



Métropole - Session 26 juin 2023

Consignes de l'épreuve

- Durée de l'épreuve : **2 heures**
- Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
- Les essais et les démarches engagés, même non aboutis, seront pris en compte.
- L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé. L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.
- L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Contenus des exercices

Cliquer sur le numéro de la page pour accéder à l'exercice

	barème	mots clefs	Page
Exercice 1	20 points	Tableur, calculs, prix moyen	3
Exercice 2	20 points	Géométrie, aire, théorème de Pythagore, parallélisme de droites, théorème de Thalès	4
Exercice 3	20 points	QCM : probabilités, pourcentages, décomposition en produits de facteurs premiers, volume, translation	6
Exercice 4	20 points	Problèmes, calculs, trigonométrie, angles, Scratch	7
Exercice 5	20 points	Programmes, fonctions, graphiques	9

Exercice 1 (20 points)

Un opticien vend différents modèles de lunettes de soleil.

Il reporte dans le tableur ci-dessous des informations sur cinq modèles vendus pendant l'année 2022.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Lunettes de soleil	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	Modèle 4	Modèle 5	Total
2	Nombre de paires de lunettes vendues	1200	950	875	250	300	
4	Prix à l'unité en euro	75	100	110	140	160	-----

1. Montrer que l'étendue des prix de ces paires de lunettes de soleil est de 85 euros.

L'étendue correspond à l'écart entre la plus grande valeur et la plus petite valeur du tableau, soit $160 - 75 = 85 \text{ euros}$

2. a. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule G2 pour calculer le nombre total de paires de lunettes de soleil vendues en 2022 ?

La formule à saisir est « =SOMME(B2 :F2) ». Moins élégante, la formule suivante fonctionne aussi « =B2+C2+D2+E2+F2 ».

- b. Calculer le nombre total de paires de lunettes de soleil vendues en 2022.

Il s'agit du résultat obtenu dans la cellule G2 :

$$1200 + 950 + 875 + 250 + 300 = 3575$$

L'opticien a vendu 3575 paires de lunettes de soleil en 2022.

3. a. Calculer le montant total, en euros, des ventes des paires de lunettes de soleil en 2022.

On effectue le calcul suivant :

$$1200 \times 75 + 950 \times 100 + 875 \times 110 + 250 \times 140 + 300 \times 160 = 364250$$

Le montant total des ventes des paires de lunettes de soleil en 2022 s'élève à 364 250 euros.

- b. Calculer le prix moyen d'une paire de lunettes de soleil vendue en 2022, arrondi au centime près.

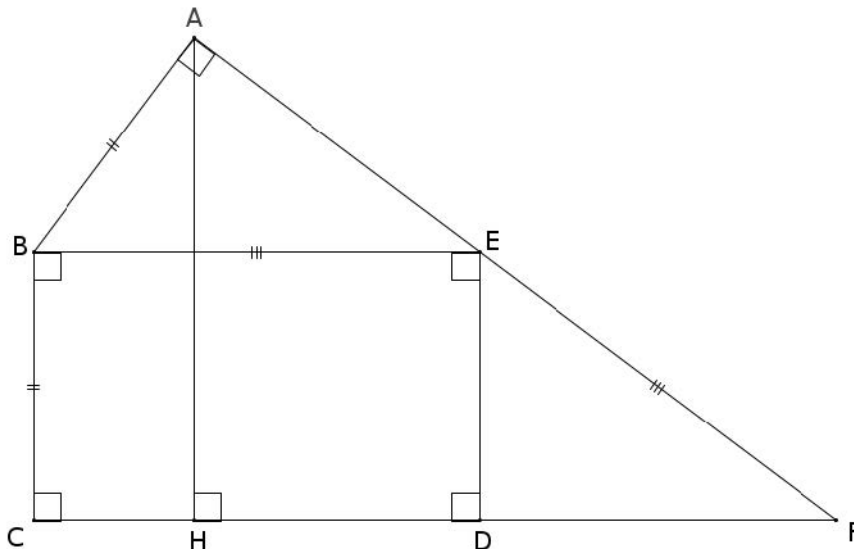
Le prix moyen d'une paire de lunettes s'obtient en divisant le montant total de la vente par le nombre de paires de lunettes vendues.

$$\text{Soit : } \frac{364250}{3575} = 101,89 \text{ euros}$$

Exercice 2 (20 points)

Sur la figure ci-dessous :

- BCDE est un rectangle, BAE est un triangle rectangle en A ;
- la perpendiculaire à la droite (CD) passant par A coupe cette droite en H ;
- les droites (AE) et (CD) se coupent en F



On donne :

- $AB = BC = 4,2 \text{ cm}$;
- $EB = EF = 7 \text{ cm}$.

1. Montrer que l'aire du rectangle BCDE est égale à $29,4 \text{ cm}^2$.

$$\mathcal{A} = \text{longueur} \times \text{largeur} = BC \times EB = 4,2 \times 7 = 29,4 \text{ cm}^2$$

2. a. Montrer que la longueur AE est égale à $5,6 \text{ cm}$

Dans le triangle ABE rectangle en A, l'application du théorème de Pythagore conduit à l'égalité suivante :

$$AB^2 + AE^2 = BE^2 \Leftrightarrow AE^2 = BE^2 - AB^2$$

$$\Leftrightarrow AE^2 = 7^2 - 4,2^2$$

$$\Leftrightarrow AE^2 = 31,36$$

$$\text{D'où } AE = \sqrt{31,36} = 5,6 \text{ cm}$$

La longueur AE est bien égale à $5,6 \text{ cm}$.

- b. Calculer l'aire du triangle rectangle ABE.

$$\mathcal{A} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{AB \times AE}{2} = \frac{4,2 \times 5,6}{2} = 11,76 \text{ cm}^2$$

L'aire du triangle rectangle ABE vaut $11,76 \text{ cm}^2$.

3. a. Montrer que les droites (ED) et (HA) sont parallèles.

(DE) \perp (CD) car BEDC est un rectangle.

D'autre part, nous savons : (AH) \perp (CD).

Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Il s'ensuit que les droites (ED) et (HA) sont parallèles, car elles sont toutes deux perpendiculaires à la droite (CD).

b. Calculer la longueur AH.

Dans le triangle AHF, les points F, D, H d'une part et les points F, E, A d'autre part, sont alignés dans cet ordre.

De plus, les droites (ED) et (HA) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, nous avons : $\frac{FE}{FA} = \frac{FD}{FH} = \frac{ED}{AH}$

Il s'ensuit : $AH = \frac{FA \times ED}{FE}$

Or, $FA = FE + EA = 7 + 5,6 = 12,6$ car les points F, E et A sont alignés.

Par conséquent, $AH = \frac{12,6 \times 4,2}{7} = 7,56 \text{ cm}$

La longueur AH mesure 7,56 cm.

Exercice 3 (20 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque question, trois réponses (A, B ou C) sont proposées. **Une seule réponse est exacte.**

Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Dans une classe de 25 élèves, 60 % des élèves sont des filles. Combien y a-t-il de filles dans cette classe?	10	15	20
2	Quelle est la décomposition en produit de facteurs premiers de 126?	$2 \times 9 \times 7$	$2^2 \times 5^2 + 2 \times 13$	$2 \times 3^2 \times 7$
3	Dans un sac, il y a 17 jetons rouges, 23 jetons jaunes et 20 jetons bleus, tous indiscernables au toucher. On tire au hasard un jeton du sac. Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton rouge ou un jeton jaune?	$\frac{2}{3}$	0,6	$\frac{17}{23}$
4	Sur l'octogone régulier ci-dessous, quelle est l'image du segment [DC] par la rotation de centre O qui transforme A en D?	[GE]	[GF]	[AH]
5	Quel est le volume d'un pavé droit de hauteur 1,5 m et de base rectangulaire de 2 m de longueur et 1,3 m de largeur? On rappelle que $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$	$2,6 \text{ m}^3$	3900 L	3000 L

Détails des calculs :

$$\text{Question 1 : } 25 \times \frac{60}{100} = 15$$

$$\text{Question 2 : } 126 = 2 \times 63 = 2 \times 9 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$$

Question 3 : Parmi les 60 jetons, 40 sont jaunes ou rouges, d'où la probabilité d'obtenir un jeton jaune ou un jeton rouge :

$$\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

Question 4 : Pour aller de A en D, il faut parcourir 3 segments : [AB], [BC], [CD]

Question 5 : On applique la formule permettant de calculer le volume d'un pavé :

$$\text{Volume d'un pavé} = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$$

$$\text{D'où } \mathcal{V} = 2 \times 1,3 \times 1,5 = 3,9 \text{ m}^3 = 3900 \text{ L}$$

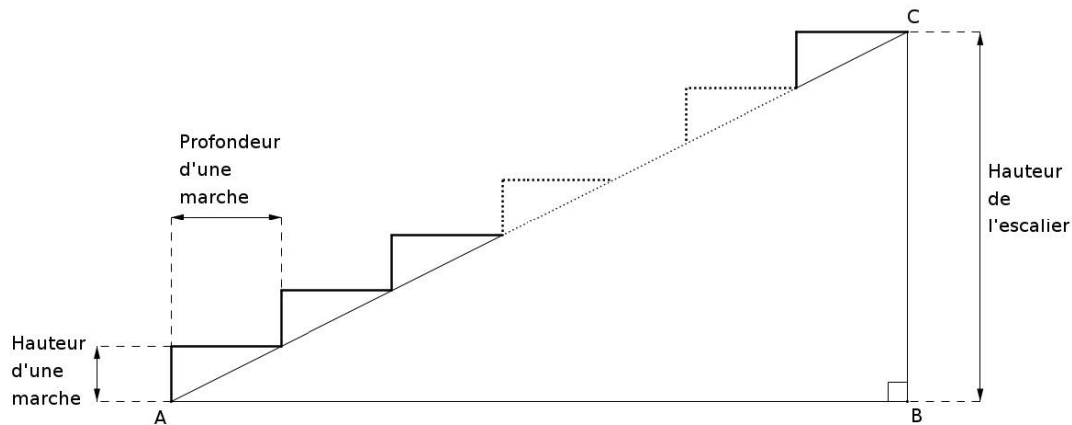
Exercice 4 (20 points)

On veut fabriquer un escalier en bois de hauteur 272 cm.

La figure ci-dessous représente une vue de profil de cet escalier.

La hauteur d'une marche est de 17 cm.

La profondeur d'une marche pour poser le pied mesure 27 cm.



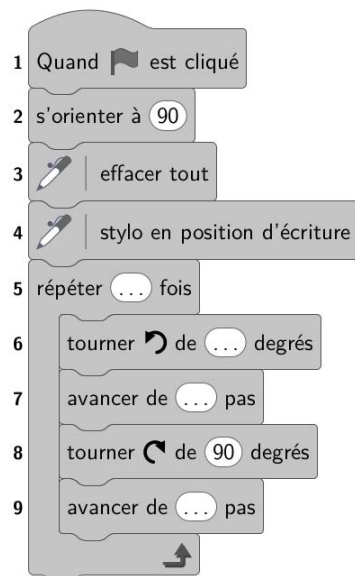
1. **a.** Montrer qu'il faut prévoir 16 marches pour construire cet escalier.
 La hauteur d'une marche mesurant 17 cm, il faut $\frac{272}{17} = 16$ marches pour construire cet escalier en bois de hauteur 272 cm.
- b.** Montrer que la longueur AB est égale à 432 cm.
 La profondeur d'une marche étant de 27 cm, la longueur AB mesure 16 marches \times 27 cm, soit 432 cm.
2. Pour permettre une montée agréable, l'angle \widehat{BAC} doit être compris entre 25° et 40° .
 - a.** Calculer la mesure de l'angle \widehat{BAC} , arrondie au degré près.
 Le triangle ABC étant rectangle en B, il s'ensuit :

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AB} = \frac{272}{432}$$
 À l'aide de la calculatrice, on trouve $\widehat{BAC} \approx 32^\circ$.
 - b.** L'escalier permet-il une montée agréable?
 Pour permettre une montée agréable, l'angle \widehat{BAC} doit être compris entre 25° et 40° .
 Or $25^\circ < 32^\circ < 40^\circ$, donc la montée est agréable.

3. On rédige le programme ci-contre avec le logiciel Scratch pour dessiner cet escalier.

(1 cm dans la réalité est représenté par 1 pas dans le programme.)

Recopier les lignes 5, 6, 7 et 9 sur la copie en les complétant.



Exercice 5 (20 points)

Voici deux programmes de calcul.

<u>Programme A</u>	<u>Programme B</u>
<ul style="list-style-type: none"> — Choisir un nombre. — Multiplier ce nombre par -2. — Ajouter 5 à ce résultat. 	<ul style="list-style-type: none"> — Choisir un nombre. — Soustraire 5 à ce nombre. — Multiplier le résultat par 3. — Ajouter 11 au résultat.

1. a. Montrer que, si on choisit -3 comme nombre de départ, le résultat obtenu avec le programme A est 11.

On effectue, dans l'ordre proposé, chacune des étapes du programme A :

$$[(-3) \times (-2)] + 5 = 6 + 5 = 11$$

- b. Quel résultat obtient-on avec le programme B si on choisit 5,5 comme nombre de départ?

$$[(5,5 - 5) \times 3] + 11 = (0,5 \times 3) + 11 = 1,5 + 11 = 12,5$$

2. En désignant par x le nombre de départ, on obtient $-2x + 5$ comme résultat avec le programme A.

Montrer, qu'avec le même nombre de départ, le résultat du programme B est égal à $3x - 4$.

$$[(x - 5) \times 3] + 11 = 3x - 15 + 11 = 3x - 4$$

- 3.

- a. On a représenté ci-contre les fonctions f et g définies par

$$f(x) = -2x + 5 \text{ et } g(x) = 3x - 4.$$

Associer, en justifiant, chaque droite à la fonction qui lui correspond.

Les fonctions f et g étant affines, leurs représentations graphiques sont des droites.

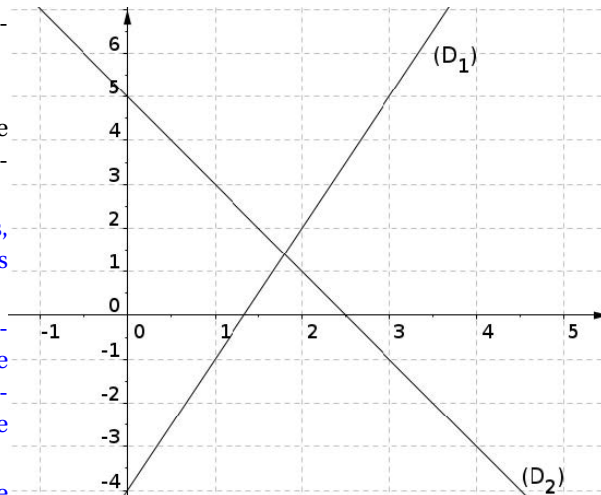
La droite qui représente la fonction f doit avoir 5 pour ordonnée à l'origine et -2 pour coefficient directeur. C'est le cas de la droite (D_2) .

La droite (D_1) qui a pour ordonnée à l'origine -4 et pour coefficient directeur 3 représente la fonction g .

- b. Par lecture graphique, donner, le plus précisément possible, le nombre dont l'image est la même par la fonction f et la fonction g .

Ce nombre est l'abscisse du point d'intersection des deux droites.

C'est environ 1,8.



4. Déterminer par le calcul le nombre de départ pour lequel les programmes A et B donnent le même résultat.

Cela revient à résoudre l'équation $f(x) = g(x)$

$$\text{Soit : } -2x + 5 = 3x - 4 \Leftrightarrow -5x = -9 \Leftrightarrow x = \frac{-9}{-5} \Leftrightarrow x = 1,8$$

En prenant pour nombre de départ 1,8 les programmes A et B donnent le même résultat.